
Objetivo

El trabajo en matemática se hace imprescindible como fundamento para el estudio técnico y/o profesional de cualquier disciplina. Debemos tener en cuenta tres principios a remarcar:

- La necesidad imperiosa de disponer de conocimientos básicos y sólidos de Matemática para proseguir nuevos estudios o desempeñarnos correctamente en nuestro trabajo.
- La afirmación de que el estudio de Matemática no está reservado a inteligencias especiales, por el contrario, debe y está al alcance de quien se lo proponga.
- Se debe encarar con alegría y buena disposición como para disfrutar su trabajo y que además de brindarnos conocimientos específicos, nos ayude a estimular nuestra capacidad pensante.

Objetivo de nuestro trabajo en común

Trabajar en conocimientos teóricos y prácticos que nos permitan desempeñarnos en:

- Operaciones con Números Enteros y Racionales, todas las operaciones.
- Notación exponencial y logaritmos
- Cálculo de áreas y volúmenes en el Sistema Métrico Decimal y con unidades inglesas.
- Manejo elemental de trabajo con expresiones lineales como base para manejo de fórmulas.
- Cálculo de Regla de Tres, porcentajes y partes por millón.
- Funciones y representaciones gráficas. Ejes de Coordenadas, gráfica de Barras y Circulares, interpretación de gráficas.
- Manejo y uso de la calculadora.

Indice

OBJETIVO	1
<i>Objetivo de nuestro trabajo en común.....</i>	<i>1</i>
INDICE	2
INTRODUCCIÓN	4
Situaciones Problemáticas.....	4
TEORÍA DE LOS NÚMEROS.....	7
Sistema de numeración decimal.....	8
Sistema binario	8
Sistema Romano.....	8
Operaciones con el Sistema Decimal.....	9
Suma	9
Resta	9
Multiplicación.....	9
División.....	9
Potencia	9
Radicación	10
Uso de Paréntesis	10
NUMEROS ENTEROS.....	12
Suma	12
Resta	13
Multiplicación.....	13
División.....	13
Potenciación.....	14
NUMEROS RACIONALES	15
Operaciones con Racionales.....	15
Simplificaciones	15
Suma o resta.....	16
Multiplicación de fracciones	16
División de fracciones	16
Potencia fracciones.....	17
LOGARITMOS.....	18
Notación Exponencial.....	18
SISTEMA MÉTRICO DECIMAL	20
UN POCO DE HISTORIA.....	20
MEDIDAS DE LONGITUD.....	21
Reducción de medidas de longitud.....	21
MEDIDAS DE SUPERFICIE.....	22
Reducción de medidas de superficie.....	22
MEDIDAS DE VOLUMEN.....	23
Reducción de medidas de volumen.	23

MEDIDAS DE CAPACIDAD	24
<i>Reducción de medidas de capacidad</i>	24
<i>Relaciones entre las medidas de volumen y de capacidad</i>	25
MEDIDAS DE PESO (MEDIDAS DE MASA)	26
REDUCCION DE MEDIDAS DE PESO	26
RELACIONES ENTRE LAS MEDIDAS DE VOLUMEN Y DE PESO	27
Peso específico	27
CALCULO DE ÁREAS Y VOLUMEN	28
<i>Manejo de fórmulas</i>	28
Area de un cuadrado.....	28
Area de un círculo	28
<i>Calculo de áreas y volúmenes</i>	28
OTROS SISTEMAS DE UNIDADES.....	30
MEDIDAS DE LONGITUD.....	30
MEDIDAS DE SUPERFICIE.....	31
MEDIDAS DE VOLUMEN	31
MEDIDAS DE PRESIÓN.....	32
PROPORCIONALIDAD, PORCENTAJES Y PPM	33
PROPORCIONALIDAD	33
MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES	33
Regla de tres.....	34
MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES	34
Regla de tres inversa	35
PORCENTAJE	36
P.P.M.	37
FUNCIONES Y GRÁFICAS.....	38
Gráficas en barras.....	40
Gráficas de Disco.....	40

Introducción

En esta primera parte vamos a ir recorriendo una serie de acertijos y juegos lógicos, que nos van a introducir en la Teoría de los Números.

Tratemos no solo de resolver las situaciones problemáticas, sino, además de disfrutarlas, y si es posible divertirnos, cuando algunas de ellas nos resulten simpáticas.

Resolveremos algunas, otras se las obsequio para que ustedes se diviertan luego.

Situaciones Problemáticas

1º) *¿Cuánto?*

Vamos a suponer que tú y yo tenemos la misma cantidad de dinero. ¿Cuánto tengo que darte para que tengas diez dólares más que yo?

2º) *El acertijo del político*

Cierta convención reunía a cien políticos. Cada político era o bien deshonesto o bien honesto.

Nos dan los datos siguientes:

- 1. Al menos uno de los políticos era honesto.*
- 2. Dado cualquier par de políticos, al menos uno era deshonesto.*

¿Puede determinarse partiendo de estos datos cuántos políticos eran honestos y cuántos deshonestos?

3º) *Vino viejo en una botella no tan buena*

Una botella de vino costaba diez dólares. El vino valía nueve dólares más que la botella. ¿Cuánto valía la botella?

4º) *¿Cuánto beneficio?*

El acertijo es éste:

Un comerciante compró un artículo por \$ 7,- lo vendió por \$ 8,- lo volvió a comprar por \$ 9,- y lo vendió por \$ 10,-. ¿Cuanto beneficio sacó?

Lo sorprendente de este acertijo es que la gente insiste en que su respuesta es la correcta.

Lo instructivo de este acertijo es que aunque puede ser resuelto valiéndose de álgebra elemental, también puede ser resuelto por simple sentido común. Además la solución en la que se ha usado el sentido común es, a mi juicio, mucho más creativa que la solución algebraica.

He aquí otro acertijo que puede resolverse mediante álgebra o mediante sentido común

Marque con una cruz si es falso o verdadero

5º) *Problema de los diez animales*

Cincuenta y seis galletas han de servir de comida a diez animales. Cada animal es un gato o un perro. Cada perro ha de obtener seis galletas, y cada gato, cinco.

¿Cuántos perros y cuántos gatos hay?

6º) *Pájaros grandes y pájaros pequeños*

Cierta tienda de pájaros vende pájaros grandes y pájaros pequeños; cada pájaro grande se vende a dos veces el precio de uno pequeño.

Entró una señora y compro cinco pájaros grandes y tres pequeños. Si en vez de eso hubiese comprado tres pájaros grandes y cinco pequeños, habría gastado \$ 20 menos. ¿Cuál es el precio de cada pájaro?

7º) *Republicanos y Demócratas*

En cierta asociación cada miembro era republicano o demócrata. Un día uno de los demócratas decidió hacerse republicano, y después que esto hubiese sucedido, había el mismo número de republicanos que de demócratas, unas semanas después, el nuevo republicano decidió hacerse demócrata otra vez, y así las cosas volvieron a la normalidad.

Entonces, otro republicano decidió hacerse demócrata, punto en el cual había doble de demócratas que de republicanos.

¿Cuántos miembros tenía la asociación?

8º) *Dos padres y dos hijos*

Dos padres y dos hijos salen de la ciudad, pero el número de habitantes de ésta solo se reduce en 3.

Verdadero ☐ falso ☐

9º) *Una polilla*

Una polilla penetra por la parte exterior de la tapa delantera del tomo I de una cierta colección de libros y abre paso hasta la parte de fuera de la tapa posterior del tomo III. Si cada tomo tiene un cm de espesor. ¿Cuántos cm recorrió?

10º) *Caminante*

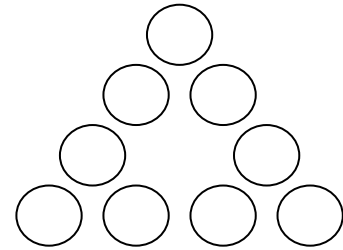
Una persona se dirige 500 km al norte, luego 500 km al este, luego 500 km hacia el sur y por último 500 km al oeste.

¿A que lugar llega?

11º) *Salario*

El último mes he ganado 250 U\$s, incluyendo el pago de horas extras. El sueldo asciende a 200 U\$s más que lo recibido, por horas extras, ¿cuál es el salario sin las horas extras?

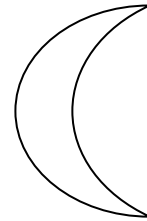
12º) *Coloque las cifras*
Coloque las nueve cifras significativas de
forma que cada lado sume 20.



13º) *Reponga las cifras que faltan*

$$\begin{array}{r}
 \square 1 \square \\
 \times 3 \square 2 \\
 \hline
 \square 3 \square \\
 3 \square 2 \square \\
 \square 2 \square 5 \\
 \hline
 1 \square 8 \square 3 0
 \end{array}$$

14º) *Tratar de dividir la figura de un*
cuarto creciente de la luna en 6 partes,
trazando solamente 2 líneas rectas.



Teoría de los Números

Existen distintos conjuntos de números. El más amplio es el conjunto de los Números Complejos. Dentro de él está el conjunto de Números Reales. Dentro de este el conjunto de Racionales e Irracionales. A su vez dentro de los racionales está el conjunto de los enteros. Por último dentro de éste está el conjunto de los números

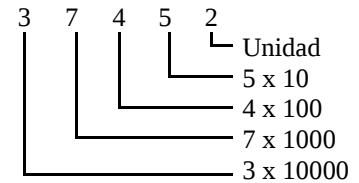


NUMEROS NATURALES

Los números 0,1,2,3,4,...que se usan para contar y que son los primeros que se aprenden en la escuela primaria, se llaman Números Naturales.

Sistema de numeración decimal

Los números naturales se representan entre otros, en el sistema de numeración decimal. En este sistema cada cifra tiene el valor correspondiente al lugar que ocupa.

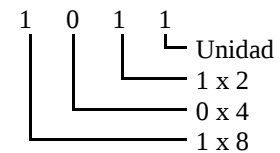


Sistema binario

Se puede establecer otro sistema de numeración de igual naturaleza que el decimal pero adoptando como base otro número. Pero elegir base dos y usar como cifras solo el 0 y 1.

Se llama sistema binario y es la base del sistema lógico usado en informática. En el ejemplo anterior, entonces el número 1011 equivale a 11 del sistema decimal.

La figura indica el valor de cada cifra según el lugar que ocupa.



Sistema Romano

El sistema Romano de numeración muy usado en la antigüedad, aun se usa en nuestros días.

Otro sistema muy usado en la antigüedad, especialmente fue el de Numeración Romano, del cual nos conviene recordar sus símbolos principales.

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Los números se escriben de acuerdo a la siguiente regla.

1. Todo símbolo colocado a la derecha de otro mayor o igual se suma al primero.
2. Todo símbolo colocado a la izquierda de otro mayor se resta del primero.
3. Los símbolos V, L, y C no se anteponen ni se repiten, los símbolos I, X, C Y M sólo pueden escribirse tres veces seguidas.
4. Los símbolos I, X y C sólo se anteponen a los dos que los siguen en la sucesión.
5. Un trazo horizontal sobre un número transforma las unidades simples en unidades de mil.

Ejemplos de números en sistema Romano.

IX	equivale a	9
XL	equivale a	40
CM	equivale a	900
XXI	equivale a	21000

Operaciones con el Sistema Decimal

Usaremos para verificar cada operación nuestra máquina de calcular.

Suma

$$5.421 + 21.370 =$$

$$831 + 928 + 2.049 + 3.162 =$$

Resta

$$4.312 - 615 =$$

$$14.100 - 85 =$$

Multiplicación

$$3.542 \times 23 =$$

$$1.796 \times 517 =$$

División

$$625 : 25 =$$

$$2.592 : 28 =$$

Potencia

Creemos no tener dudas en el manejo de estas operaciones que hemos realizado. Repasemos ahora la operación Potencia cuyo concepto es:

$$a^n = a \times a \times a \times a \times a \times \dots \times a$$

Ejemplos

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$$

Es decir que la potencia de a^n es el producto de n factores iguales a **a**.

Como casos particulares tenemos:

$$5^1 = 5$$

$$1^1 = 1$$

$$a^0 = 1 \text{ (por definición)}$$

$$5^0 = 1$$

Hagamos en la máquina de calcular las operaciones anteriores y las otras:

$$a) 4^7 =$$

$$b) 6^2 =$$

$$c) 21^3 =$$

Radicación

Otra operación es la **Radicación**.

Si nosotros tenemos $4^2 = 16$

Se nos puede dar el caso que quisiéramos averiguar que número elevado al cuadrado da 16, la respuesta en este caso es inmediata, 4, pero en otros casos no lo conocemos; entonces la operación que permite hacer ese cálculo es la Raíz Cuadrada.

Ejemplos

$$\sqrt{16} = 4 \quad \rightarrow \quad 4^2 = 16$$

En estos casos es necesario realizar un mecanismo operativo como en el ejemplo.

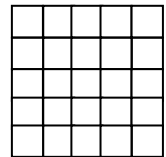
$$\begin{array}{r|l} \sqrt{625} & 25 \\ -4 & 45 \times 5 = 225 \\ \hline & 225 \\ -225 & \\ \hline & 000 \end{array}$$

Calcular:

$$\sqrt{225}$$

$$\sqrt{1849}$$

El concepto de Raíz Cuadrada lo tenemos como ejemplo si disponemos de 25 baldosas y queremos hacer un piso cuadrado como muestra esta figura



Uso de Paréntesis

El orden de realización de las operaciones muchas veces se indica con el uso de paréntesis, corchetes y llaves.

Ejemplo

$$\{[(10 - 4) + 5] + 7\} - 6 =$$

Primero se halla la diferencia $10 - 4$ luego se suma 5, a este resultado se suma 7 y por último se resta 6.

$$\{[6 + 5] + 7\} - 6 = \{11 + 7\} - 6 = 18 - 6 = 12$$

Ejercicios

$$a) \{[2(7 - 2)] \times [(23 \times 7) + (3)^2]\}^2 + 4 =$$

$$b) \{[(\sqrt{16})^3 + 7^2] - 10\}^2 =$$

Se tendrá en cuenta además que cuando hay un signo de (+) antes del paréntesis lo que está dentro queda con igual signo. Cuando hay un signo de (-) antes del paréntesis, cuando este se saca, cambia el signo de lo que está adentro.

NUMEROS ENTEROS

Hasta ahora hemos trabajado con Números Naturales pero observen lo que nos pasa si tenemos que hacer $5 - 8 =$ nos encontramos que no tenemos ningún número natural que nos dé este resultado, por eso es que crea los **Números Enteros** Le incorporamos a cada número un signo de (+) o (-).

Ejemplo

Si yo tengo en el banco \$ 20 y deposito \$ 30, tengo \$ 50 en mi haber.

En cambio si tengo \$ 20 y retiro \$ 30, tengo \$ 10 en mi debe.

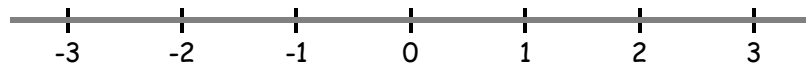
Esto lo represento matemáticamente así:

$$(+20) + (+30) = +50$$

$$(+20) + (-30) = -10$$

Con los números Positivos y Negativos se trabaja teniendo en cuenta algunas reglas para cada una de las operaciones que iremos viendo.

Los números positivos y Negativos que forman los números Enteros se representan gráficamente así:



Ejercicio:

Escribir en orden ascendente (de menor a mayor) los números:

-7, 0, -3, -8, 5, -4, 21, -21, -4, 7, -100, -100000, 10000.

Suma

Primer caso

Si los números tienen igual signo se suma su valor absoluto y lleva el mismo signo.

$$(+3) + (+8) = +11$$

$$(-3) + (-8) = -11$$

Segundo caso

Si los números tienen distinto signo se restan sus valores absolutos y lleva el signo del mayor.

$$(+10) + (-7) = +3$$

$$(+10) + (-20) = -10$$

Por suerte con la máquina de calcular también podremos trabajar con estos números.

Lo cual nos da la idea que cuanto más a la derecha está el número mayor es.

Resta

Para realizar la resta lo más cómodo es sacar los paréntesis cambiando de signo y transformar en una suma.

$$(+3)-(+7)=+3-7=-4$$

$$(+10)-(-8)=+10+8=18$$

Multiplicación

Para realizar la multiplicación de dos enteros distintos de cero, se multiplican sus valores absolutos y lleva el signo según la regla:

$$+ \times + = +$$

$$- \times - = +$$

$$+ \times - = -$$

$$- \times + = -$$

Ejemplo

$$(+3) \times (+2) = +6$$

$$(+3) \times (-2) = -6$$

$$(-3) \times (+2) = -6$$

$$(-3) \times (-2) = +6$$

División

Para realizar la división de dos enteros distintos de cero, se dividen sus valores absolutos y lleva el signo según la regla:

$$+ / + = +$$

$$- / + = -$$

$$+ / - = -$$

$$- / - = +$$

Ejemplos

$$(+20) / (+4) = +5$$

$$(+20) / (-4) = -5$$

$$(-20) / (+4) = -5$$

$$(-20) / (-4) = +5$$

Potenciación

La consideramos como una multiplicación abreviada, lo que nos dará:

Ejemplo:

Sacar en cada caso la generalización

$$(+2)^3 = (+2) (+2) (+2) = +8$$

$$(-2)^3 = (-2) (-2) (-2) = -8$$

$$(-2)^2 = (-2) (-2) = +4$$

Para resumir realizaremos los siguientes ejercicios:

$$1^{\circ}) \quad -4 + (-2 + 1) + 5 - [3 - (1 - 2) + 4] + 1 - 2 =$$

$$2^{\circ}) \quad (3 - 2 - 4 + 7) (1 - 3 + 5) =$$

$$3^{\circ}) \quad (-1)^2 =$$

$$4^{\circ}) \quad -10 : (-2) + 3[-1 - (-2)3 - 3] + (-1)10 - (-2)^2 =$$

$$5^{\circ}) \quad 1 - 5(-3) + \sqrt[3]{-8} + (1-4)^3 =$$

$$6^{\circ}) \quad \sqrt[3]{1 - 28} - 32 : 4 + 12 + [(3 - 2 \times 5 + 5)^2]^3 =$$

NUMEROS RACIONALES

Así como fueron creados los números negativos para hacer posible la resta en todos casos; también es necesario solucionar problemas como este " 7:3 " cuyo resultado no existe dentro de los números enteros; entonces creamos los números fraccionarios que no es otra cosa que como en el ejemplo anterior 7:3 que se escribe como $\frac{7}{3}$ a la cual se llama fracción.

Un número es racional siempre que pueda escribirse como fracción.

Nos debe quedar claro que a excepción de casos particulares (verse N. Irracionales), trabajar con 7:3 es lo mismo que $\frac{7}{3}$ o lo que es lo mismo el resultado de la división, continuada con cifras decimales 2.333...

Ejemplos

$$10 = \frac{10}{1} \quad \frac{-3}{2} = -1,5 \quad \frac{3}{2} = 1,5 \quad \frac{1}{3} = 0,3333$$

Operaciones con Racionales

Vamos a ir realizando estas operaciones en forma paralela trabajando:

- con fracciones
- con el decimal correspondiente
- con la máquina de calcular

Simplificaciones

Dado $\frac{8}{32}$ se puede dividir numerador y denominador entre el mismo número, por lo cual

$$\frac{\cancel{8}^1}{\cancel{32}_4} = \frac{1}{4}$$

Ejemplo 25/45 dividido entre 5, queda 5/9

Utilizando la calculadora vemos que calculando 25/45 y 5/9 nos da el mismo resultado

Suma o resta

Para sumar o restar las fracciones deben tener igual denominador.

Ejemplo:

$$\frac{3}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\frac{7}{5} - \frac{1}{5} = \frac{7-1}{5} = \frac{6}{5} = 1,5$$

Si no tienen igual denominador se lleva a que lo tengan.

Ejemplo

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3+4}{6} = \frac{7}{6}$$

Buscando un múltiplo común a los denominadores.

$$\frac{7}{5} - \frac{1}{10} = \frac{14-1}{10} = \frac{13}{10}$$

En todos los casos la operación se pudo realizar trabajando en forma decimal.

Ejemplos anteriores

$$1/2 = 0,5$$

$$2/3 = 0,667$$

Sumemos los resultados y tenemos

$$0,5 + 0,66 = 1,167 \text{ que es el mismo resultado que } 7/6 = 1,167$$

Multiplicación de fracciones

Multiplicar numerador por numerador y denominador por denominador o multiplicamos los decimales correspondientes.

Ejemplo

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{7} = \frac{15}{28} = 0,536$$

$$\text{ó } 0,75 \times 0,714 = 0,536$$

División de fracciones

Se multiplican las fracciones invirtiendo la fracción divisor.

Ejemplo

$$\frac{3}{5} : \frac{7}{4} = \frac{3}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{12}{35}$$

Potencia fracciones

Se elevan a la potencia numerador y denominador o se eleva al cuadrado el decimal correspondiente

Ejemplo

$$\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{2^2}{5^2} = \frac{4}{25}$$

$$(2/5)^2 = (0.4)^2 = 0.16$$

Ahora que hemos repasado todas estas operaciones podemos realizar estos ejercicios de recopilación.

En cada caso podemos auto verificarnos con la calculadora.

$$1^\circ) \quad \frac{5}{6} + \frac{2}{3} + \frac{3}{5} =$$

$$2^\circ) \quad \frac{1}{5} + \frac{3}{4} + \frac{1}{2} =$$

$$3^\circ) \quad 1 - \frac{3}{4} =$$

$$4^\circ) \quad \frac{2}{11} - \frac{1}{22} =$$

$$5^\circ) \quad 2 - \left[-\frac{4}{5} - (4 - 7) + \frac{1}{9} - \left(\frac{10}{9} - 6 \right) \right] + 2 - 1 =$$

$$6^\circ) \quad \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{1}{10} \right) \times \frac{4}{3} =$$

$$7^\circ) \quad \frac{3}{7} \div \frac{4}{9} =$$

$$8^\circ) \quad \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{10} \right)^2 =$$

Pero creo que nos conviene hacer algún ejercicio y aclarar dudas trabajando sólo con decimales.

Ejercicios

1º) Convertir en decimal

a) $3/5$

b) $9/8$

c) $7/20$

d) $1/3$

e) $4/11$

f) $20/3$

g) $49/75$

2º) Se nos puede plantear el caso inverso, el de convertir en fracción los decimales.

- a) 0.25 b) 1.38 c) 274.7 d) 0.3333
e) 1.777

3º) Calcular

$$[(0.35 + 1.764) \times (0.0014 + 10)]^2 =$$

4º) Calcular

$$63.5 : 42.1 =$$

Conviene saber hacerlo operando individualmente, pero de lo contrario trabajaremos con calculadora.

Como agregado al manejo operacional que hemos visto es necesario tener por lo menos la noción.

LOGARITMOS

El logaritmo es el exponente a que hay que elevar una base para obtener el número indicado.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} \log 100 &= 2 & \Rightarrow 10^2 &= 100 \\ \log 1000 &= 3 & \Rightarrow 10^3 &= 1000 \end{aligned}$$

Ejercicios:

Calcular

- a) $\log 32$ b) $\log 0.365$ c) $\log 2736$

Notación Exponencial

A veces nos aparecen números indicados así 3×10^7

Esto significa que es $3 \times 10000000 = 30000000$

Ejemplo:

Calcular

$$4.5 \times 10^4 =$$

$$0.75 \times 10^3 =$$

Otras veces aparece la notación exponencial así 4×10^{-2} que significa $4/10^2 = 4/100 = 0.04$

Todo se facilita con la calculadora por ello nos indica la operación ya realizada.

Ejemplo

Calcular

$$38 \times 10^{-6} =$$

$$2.73 \times 10^{-3} =$$

Lo importante de este módulo es saber hacer las operaciones consideradas tanto en forma entera, fraccionaria o decimal.

Sistema métrico decimal

En el primer módulo repasamos las operaciones y el manejo de la calculadora. En este módulo nos corresponde trabajar en el sistema métrico decimal y calcular longitudes, áreas y volúmenes.

UN POCO DE HISTORIA

Desde la antigüedad, las distintas civilizaciones se vieron obligadas por necesidades comerciales, de construcciones; de medición de tierras; fueron adoptando distintas unidades para medir distintas magnitudes: longitudes, pesos, volúmenes y áreas.

Las primeras mediciones tomaron como unidades las relacionadas con el cuerpo humano, como el brazo, el pie, la mano, etc.

Otras unidades fueron el palmo y la pulgada (igual al ancho del dedo pulgar).

La diversidad de unidades de medida existentes, su falta de precisión llevó a crear unidades de medida más permanentes y universales.

Así se crearon las unidades del **Sistema Métrico Decimal** que inicialmente tomó como unidad el metro que se define como:

" La longitud determinada sobre la barra de platino archivada en la Oficina Internacional de Pesos y Medidas de París "

Sólo como curiosidad digamos que en 1790 se habría definido como la diez millonésima parte de la longitud de un cuarto de meridiano terrestre.

MEDIDAS DE LONGITUD

La unidad de las medidas de longitud es el metro. Cada múltiplo o submúltiplo es 10 veces el inmediato inferior.

	NOMBRE	NOTACIÓN	EQUIVALENTE
MÚLTIPLO	Kilómetro	Km	1000 m
	Hectómetro	Hm	100 m
	Decámetro	Dm	10 m
UNIDAD	Metro	m	1 m
SUBMÚLTIPLO	Decímetro	dm	0,1 m
	Centímetro	cm	0,01 m
	Milímetro	mm	0,001 m

Reducción de medidas de longitud.

Dado que una unidad de un orden dado es 10 veces la del orden inmediato inferior y 1/10 de la del orden inmediato superior; se deduce que para transformar una medida de longitud dada en otra de orden inmediato se la multiplica por 10 y para los ordenes siguientes por 100, 1000, etc. Para transformarla en otra de orden inmediato superior se la divide por 10, para el siguiente por 100, etc.

Ejercicios:

1. Convertir en dm

a) $4,5 \text{ m} =$

e) $8,5 \text{ Km} =$

d) $0,45 \text{ Dm} =$

f) $274875 \text{ mm} =$

2. Llevar a m

a) $0,073 \text{ Km} =$

c) $2475,89 \text{ mm} =$

b) $4,5 \text{ Hm} =$

MEDIDAS DE SUPERFICIE

La unidad de las medidas de superficie es el metro cuadrado o sea la superficie de un cuadrado cuyo lado tiene una longitud de 1m.

Cada múltiplo o submúltiplo es 100 veces el inmediato inferior.

Para no complicar digamos que el cuadro es el mismo con la notación m^2 , dm^2 , mm^2 , etc.

Cambiando por supuesto las equivalencias.

	NOMBRE	NOTACIÓN	EQUIVALENTE
MÚLTIPLO	Kilómetro cuadrado	Km^2	$1000000 m^2$
	Hectómetro cuadrado	Hm^2	$10000 m^2$
	Decámetro cuadrado	Dm^2	$100 m^2$
UNIDAD	Metro cuadrado	m^2	$1 m^2$
SUBMÚLTIPLO	Decímetro cuadrado	dm^2	$0,01 m^2$
	Centímetro cuadrado	cm^2	$0,0001 m^2$
	Milímetro cuadrado	mm^2	$0,000001 m^2$

Reducción de medidas de superficie

Como cada unidad de un orden dado es 100 veces la del orden inmediato inferior y 1/100 de la del orden inmediato superior para transformar una medida de superficie dada en otra de orden inmediato inferior; se la multiplica por 100 y para los ordenes siguientes por 10.000, 1.000.000, etc.

Para transformarlo en otra del orden inmediato superior se la divide por 100, por 10.000, 1.000.000, etc.

Ejercicios.

1. Convertir en dm^2

a) $4 m^2 =$

b) $80 mm^2 =$

c) $0,0745 km^2 =$

2. Convertir en m^2

a) $3,6 hm^2 =$

b) $0,00004 Km^2 =$

c) $45,46 mm^2 =$

MEDIDAS DE VOLUMEN

La unidad es el metro cúbico, o sea el volumen de un cubo cuya arista tiene una longitud de 1 metro.

Cada múltiplo o submúltiplo es 1.000 veces el inmediato inferior. Igual que en medidas de superficie, para los volúmenes se mantiene el esquema anterior, adecuado a la notación m^3 , dm^3 , mm^3 , etc., cambiando las equivalencias.

	NOMBRE	NOTACIÓN	EQUIVALENTE
MÚLTIPLO	Kilómetro cúbico	Km^3	1000000000 m^3
	Hectómetro cúbico	Hm^3	1000000 m^3
	Decámetro cúbico	Dm^3	1000 m^3
UNIDAD	Metro cúbico	m^3	1 m^3
SUBMÚLTIPLO	Decímetro cúbico	dm^3	0,001 m^3
	Centímetro cúbico	cm^3	0,000001 m^3
	Milímetro cúbico	mm^3	0,000000001 m^3

Reducción de medidas de volumen.

El procedimiento práctico para reducir medidas de volumen es análogo al indicado para la reducción de medidas de longitud y superficie, pero teniendo en cuenta que en este caso a cada unidad de un cierto orden corresponden los tres lugares ocupados por cada tres cifras consecutivas.

Ejercicios:

Convertir:

a) $4.115 dm^3$ a cm^3

b) $4897 mm^3$ a m^3

c) $38.15 m^3$ a dm^3

MEDIDAS DE CAPACIDAD

La unidad es el litro, que es la capacidad de un cubo de 1dm (un decímetro) de lado o sea 1 dm^3 (un decímetro cúbico). Cada múltiplo o submúltiplo es 10 veces el inmediato inferior.

	NOMBRE	NOTACIÓN	EQUIVALENTE
MÚLTIPLO	Kilolitro	Kl	1000 l
	Hectolitro	Hl	100 l
	Decalitro	Dl	10 l
UNIDAD	Litro	l	1 l
SUBMÚLTIPLO	Decilitro	dl	0,1 l
	Centilitro	cl	0,01 l
	Mililitro	ml	0,001 l

Reducción de medidas de capacidad

Como cada unidad de un orden dado es 10 veces la del orden inmediato inferior $1/10$ de la del orden inmediato superior, la transformación de medidas y el procedimiento práctico es del todo análogo al indicado para las medidas 10 de longitud.

Ejercicios:

Convertir

a) 628.4 cl a l

b) 4.543 kl a dl

Relaciones entre las medidas de volumen y de capacidad

Es necesario tener claro que teniendo el volumen de un recipiente, tengo también su capacidad; pues como por definición 1 litro equivale a 1 dm^3 .

$$1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$$

Calculemos entonces los volúmenes en dm^3 y tendremos la capacidad en litros.

Ejercicios:

Expresar

a) 30 dm^3 en l

b) 7 dl en cm^3

c) 2.538 m^3 en l

MEDIDAS DE PESO (medidas de masa)

Masa es la verdadera denominación de lo que comúnmente nosotros conocemos como peso, pero a efectos de entendernos la llamaremos peso.

La unidad de estas medidas es el gramo; que originalmente se tomó como el peso en el vacío de 1 cm³ de agua destilada a 4° grados centígrados y a 45° de latitud.

Posteriormente a causa de lo pequeño de esta unidad se construyó un modelo 1.000 veces más pesado denominado Kilogramo.

En este sistema cada múltiplo o submúltiplo es 10 veces el inmediato inferior.

	NOMBRE	NOTACIÓN	EQUIVALENTE
MÚLTIPLO	Kilogramo	Kg	1000 g
	Hectogramo	Hg	100 g
	Decagramo	Dg	10 g
UNIDAD	Gramo	g	1 g
SUBMÚLTIPLO	Decigramo	dg	0,1 g
	Centigramo	cg	0,01 g
	Miligramo	mg	0,001 g

REDUCCION DE MEDIDAS DE PESO

El procedimiento práctico a seguir para reducir medidas de peso es del todo análogo al indicado para la reducción de medidas de longitud y capacidad.

Ejercicios:

Convertir:

a) 25 gr. a kg.

b) 43.751 kg. a dag.

c) 43.78 tm. a kg.

RELACIONES ENTRE LAS MEDIDAS DE VOLUMEN Y DE PESO

Lo más importante a destacar.

Si consideramos el agua destilada a 4°C y
45° de latitud.

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l y pesa } 1 \text{ kg}$$

Ejercicios:

1º) Hallar el peso de 15.3244 dm³ de agua destilada.

2º) Hallar el peso de 6.125 Dl.

Peso específico

Para calcular el peso de una sustancia se debe conocer el peso específico.

Definimos peso específico como: $Pe = \frac{P}{V}$

De esta definición podemos despejar el peso y nos queda:

$$P = Pe \times V$$

O despejar el volumen: $V = \frac{P}{Pe}$

Ejercicios:

Hallar el peso de 5 m³ de arena, sabiendo que el peso específico de la arena es de 1,8 kg/dm³.

Pesos Específicos de algunos elementos en gr/cm³

Aceite	0.92	Bencina	0.87	Hierro	7.80	Níquel	8.65
Agua de Mar	1.03	Bronce	8.80	Latón	8.42	Oro	19.00
Alcohol	0.80	Cobre	9.90	Leche	1.03	Petróleo	0.80
Aluminio	2.60	Diamante	3.50	Marfil	1.92	Plata	10.50
Ambar	1.08	Estaño	7.29	Mármol	2.70	Platino	21.50
Amoniaco	0.90	Glicerina	1.26	Mercurio	13.60	Plomo	11.50
Arena	1.80	Granito	3.00	Nafta	0.70	vidrio	2.70

Calculo de áreas y volumen

Ya hemos visto las unidades para medir longitudes, volúmenes, superficies, pesos, etc. Nos corresponde ahora estudiar la forma de cómo calcular esas áreas y esos volúmenes.

Antes de trabajar con áreas y volúmenes recordemos algo del manejo de fórmula.

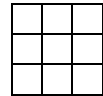
Manejo de fórmulas

Vamos a imaginar que queremos indicar una propiedad que corresponde a muchas situaciones similares.

Por ejemplo:

Tenemos un cuadrado que tiene de lado 3 cm, si queremos calcular el área multiplicamos lado por lado, o sea $3\text{cm} \times 3\text{cm} = (3\text{cm})^2 = 9\text{cm}^2$

La palabra lado se puede representar por la letra *l*, y la palabra superficie por la letra *S*.



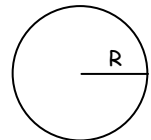
Área de un cuadrado

$$S = l \times l = l^2$$

$$\pi = 3,14$$

Área de un círculo

$$S = \pi R^2$$



Ejemplo

Si tenemos un círculo que tiene un radio $R = 3\text{ cm}$ y queremos calcular el área hacemos:

$$S = (3\text{cm})^2 \times 3,14 = 28.26\text{ cm}^2$$

Quiere decir que cuando en una expresión aparece una letra, esta se sustituye por el valor correspondiente y luego hacemos la operación indicada.

Calculo de áreas y volúmenes

Hay figuras geométricas que tienen distintas formas; en cambio pueden tener la misma área.

Todas las figuras que hemos considerado hasta ahora han sido planas, pertenecen a la Geometría Plana. Estudiaremos ahora la Geometría de los cuerpos sólidos, es decir, aquellos que están ocupando un cierto espacio.

Con frecuencia se plantea el problema de calcular el área de la superficie del sólido o el de calcular el volumen del espacio ocupado por el sólido.

Áreas y volúmenes de algunos cuerpos			
Nombre	Figura	Volumen	Área
CUBO		$V = l^3$	$S = 6 \times l^2$
PARALELOPIPEDO RECTÁNGULO		$V = l \times a \times h$	$S = 2(l \times a + l \times h + a \times h)$
PIRÁMIDE		$V = \frac{\text{Sup. Base} \times h}{3}$	$S = \frac{\text{Per.} \times \text{ap.}}{2} + \text{Sup } b$
CILINDRO		$V = \pi \times R^2 \times h$	$S = 2 \times \pi (R \times h + R^2)$
CONO		$V = \frac{\pi \times R^2 \times h}{3}$	$S = \pi (R \times \text{ap.} + R^2)$
ESFERA		$V = \frac{4\pi \times R^3}{3}$	$S = 4 \times \pi \times R^2$

ap. → Apotema
Per. → Perímetro

Otros sistemas de unidades

Cuando hablábamos de sistema métrico decimal; y lo tomábamos como algo común, no tuvimos en cuenta que no todos los países lo adoptan en forma simultánea y que incluso hoy todavía hay alguna de ellos que manejan otros sistemas de medidas.

En nuestra cultura han quedado algunas unidades establecidas como herramientas de trabajo. Así por ejemplo repasemos el **sistema Inglés**, cuyas principales medidas y equivalencias son:

MEDIDAS DE LONGITUD

La abreviatura **in** proviene de la palabra **inch**, que significa pulgada; la abreviatura **ft** proviene de la palabra **foot**, que significa pie, y **yd** proviene de la palabra **yard**, que significa yarda.

Nombre	Abreviatura	Equivalencia en:		Aproximación en cm
		Sistema Inglés	En cm	
Línea	L	...	0.2116662	0.21
Pulgada	In	12 l	2.539954	2.54
Pie	Ft	12 in	30.479449	30.48
Yarda	Yd	3 ft	91.438348	91.44

Como medida itineraria se usa la milla, adoptándose:

- milla terrestre de 1760 yd = 1609,3 m
- milla marina de 6080 ft = 1853,15 m

MEDIDAS DE SUPERFICIE

Nombre	Abreviatura	Equivalencia en: Sistema Ingles	Equivalencia en Sistema Met. Dec.
Pulgada cuadrada	Sqin		6.452 cm ²
Pie cuadrado	Sqft	144 sqin	929 cm ²
Yarda cuadrada	Sqyd	9 sqft	0.8361 m ²
Acre	ac	4840 sqyd	4046.71 m ²

MEDIDAS DE VOLUMEN

Nombre	Abreviatura	Equivalencia en: Sistema Ingles	Equivalencia en Sistema Met. Dec.
Pulgada cúbica	cuin		16.386 cm ³
Pie cúbico	cuft	1728 cuin	28316 cm ³
Yarda cúbica	cuyd	27 cuft	0.764559 m ³

Medidas de Presión

La otra unidad que a nosotros, funcionarios de un organismo que trabaja con cañerías, bombas y líneas de bombeo, etc. nos interesa, son las relaciones de equivalencias de presiones.

	Kg/cm^2	mca	Lb/sqin	atm
Kg/cm^2	1	10	14.22	0.9681
mca	0.1	1	1.222	0.0968
Lb/sqin	0.0703	0.8183	1	0.07922
atm	1.033	10.33	12.623	1

$Kg/cm^2 \rightarrow$ Kilogramo por centímetro cuadrado

mca $\rightarrow$ Metros de columna de agua

Lb/sqin $\rightarrow$ Libras por pulgada cuadrada

atm $\rightarrow$ Atmóferas

Proporcionalidad, porcentajes y ppm

Proporcionalidad

Poco a poco vamos teniendo herramientas de cálculos matemáticos imprescindibles para poder encarar nuestros estudios posteriores.

Trataremos de fijar conceptos en magnitudes que son proporcionales y que no van a dar motivo a resolver **reglas de tres**.

Razón: Dado en un cierto orden 2 números a y b distintos de cero, se llama razón entre a y b a otro número h , cociente de dividir a por b . Cuando dos razones son iguales se dice que son elementos proporcionales.

Ejemplo:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} ; \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

como se ve $4 \times 2 = 8$ y $8 \times 1 = 8$ (propiedad).

Ejemplo:

$$\frac{3}{2} = \frac{x}{8} \rightarrow x = \frac{3 \times 8}{12} = 2$$

MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

Por ejemplo:

Si 1 kg. de papas cuesta \$2.00
 2 kg. cuestan \$ 4.00
 3 kg. cuestan \$ 6.00
 6 kg. cuestan \$12.00

kg Papas	\$ Pesos
1	2.00
2	4.00
3	6.00
6	12.00

Observemos que:

$$\frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{6}{3} = \frac{12}{6} = 2$$

Se dice que hay proporcionalidad directa, cuando la razón entre las magnitudes es constante.

Regla de tres

Muchas veces se genera un problema que resolveremos con una regla de tres; planteando el problema anterior, tenemos como ejemplo:

2 kg. ----- \$4.00

3 kg. ----- \$6.00

Puede suceder que desconozcamos algún número, por ejemplo el número \$ 6.00; entonces tendremos que hallarlo de la siguiente forma.

2 kg. ----- \$4.00

3 kg. ----- \$x

En donde se pasa a calcular x.

$$\rightarrow x = \frac{3 \text{ kg} \times \$4.00}{2 \text{ kg}}$$

Siempre que planteemos una regla de tres simple, ponemos como ejemplo kg. debajo de kg., y \$ debajo de \$.

Luego despejamos lo desconocido; la regla de tres directa se nos presenta cuando al aumentar una magnitud, aumenta la otra.

Ejemplo:

Un obrero gana \$160 por 8 horas de trabajo.

¿Cuánto tiempo ha trabajado para ganar \$800?

Planteamos

\$160 ----- 8 h

\$800 ----- x

$$x = \frac{\$800 \times 8 \text{ h}}{\$160} = 40 \text{ h}$$

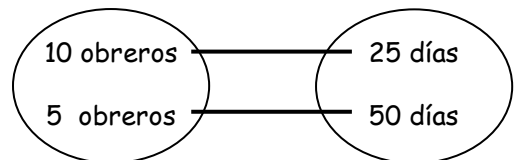
MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES

No todos los casos de regla de tres son similares, hay situaciones que generan regla de tres inversas.

Por ejemplo:

10 obreros realizan un trabajo en 25 días.

5 obreros realizan un trabajo en 50 días.



Observemos acá que:

$$10 \times 25 = 5 \times 50$$

Es decir que se corresponden en el producto.

Se dice que hay proporcionalidad inversa si el producto entre las magnitudes es constante.

Regla de tres inversa

En el ejemplo precedente planteamos

10 obreros ----- 25 días

5 obreros ----- 50 días

Puede suceder que desconozcamos por ejemplo 50, entonces se calcula

10 obreros ----- 25 días

5 obreros ----- x

En donde x se calcula haciendo

$$x = \frac{10 \text{ ob} \times 25 \text{ d}}{5 \text{ ob}} = 50 \text{ d}$$

La regla de tres inversa se nos presenta cuando al aumentar una magnitud, disminuye la otra.

Ejercicio:

Un trabajo puede ser realizado por 80 obreros en 42 días.

Si el plazo para terminarlo es de 30 días, ¿cuántos obreros deberán aumentarse?

PORCENTAJE

En una situación de trabajo se nos puede plantear lo siguiente:
en la planta de tratamiento somos 37 funcionarios, hoy han faltado 6, se desea calcular cual es el porcentaje de inasistencia.

Se razona así:

Si sobre 37 funcionarios han faltado 6, sobre 100 habrán faltado x.

$$\begin{array}{l} 37 \text{ fun.} \text{ ----- } 6 \text{ inas.} \\ 100 \text{ fun.} \text{ ----- } x \end{array}$$

$$x = \frac{100 \text{ fun.} \times 6 \text{ inas.}}{37 \text{ fun.}} = 16.22 \text{ inas.}$$

16.22 inas. Cada 100 funcionarios o sea 16.22 % de inasistencias.

En forma similar se puede realizar cualquier problema análogo.

Cuando preparamos una solución de sulfato de aluminio, de polielectrolitos o de soda, la concentración de la solución se puede expresar en % como también en partes por millón o mg/l.

Ejercicios:

En una pileta de preparación de productos se desean preparar 700 litros de solución de sulfato de aluminio al 5 %. ¿Cuántos kilogramos de sulfato de aluminio se debe pesar considerando que un litro de agua pesa 1 kg?

p.p.m.

Pero vamos a detenernos y aplicar el concepto de porcentaje para clarificar el concepto de parte por millón (p.p.m.)

Decimos que una solución tiene una concentración de x partes por millón (p.p.m.) de una sustancia, cuando contiene x miligramo de sustancia por litro de solución a lo que es equivalente.

x gramos de sustancia por metro cúbico de solución.

Por tanto $\text{mg/l} = \text{gr/m}^3 = \text{p.p.m.}$

En todos los casos sería resolver una regla de tres. Si bien ustedes verán en el curso de tratamiento este estudio, analizaremos un ejemplo:

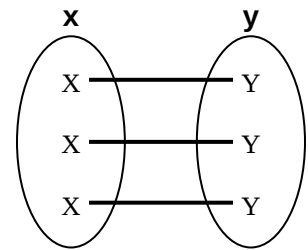
Cuando se indica por ejemplo: 46 p.p.m. de Sulfato de Aluminio, lo que se indica es que hay 46 g de sulfato por cada m^3 de agua o sea 46 g de Sulfato de Aluminio por cada 1000000 g de agua considerando que un litro de agua pesa un kilogramo.

¿Si con esa dosis quisiéramos tratar 1500 m^3 de agua cuánto sulfato tendríamos que gastar?

$$\begin{array}{rcl}
 1 \text{ m}^3 & \text{-----} & 46 \text{ grs.} \\
 1500 \text{ m}^3 & \text{-----} & x \\
 x = & \frac{1500 \text{ m}^3 \times 46 \text{ g}}{1 \text{ m}^3} & = 69000 \text{ g} \\
 & & x = 69\,000 \text{ g} = 69 \text{ kg}
 \end{array}$$

Funciones y gráficas

Cuando existe una relación entre los elementos de 2 conjuntos; de tal manera que a cada elemento de un conjunto le corresponde un único elemento del segundo, decimos que se define una función.



Lo cual indicamos $y = f(x)$

Matemáticamente podemos tener $y = 3x + 1$ lo que quiere decir que el valor de y está en función del valor que tome la x .

Ejemplo, si $x = 2$ tendremos que $y = 3(2) + 1 \rightarrow y = 7$

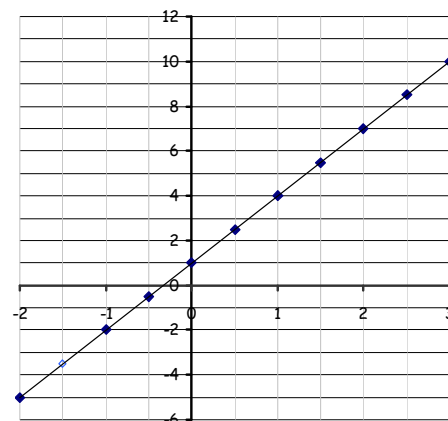
Como a la x que es la variable le podemos dar cualquier valor, obtendremos para cada uno un valor de y .

Conviene hacer una tabla de valor.

Por ejemplo:

Muchas veces a estos valores conviene representarlos gráficamente en un par de ejes de coordenadas. Si unimos todas las partes nos da la gráfica de la función.

x	y
-2,00	-5,00
-1,50	-3,50
-1,00	-2,00
-0,50	-0,50
0,00	1,00
0,50	2,50
1,00	4,00
1,50	5,50
2,00	7,00
2,50	8,50
3,00	10,00

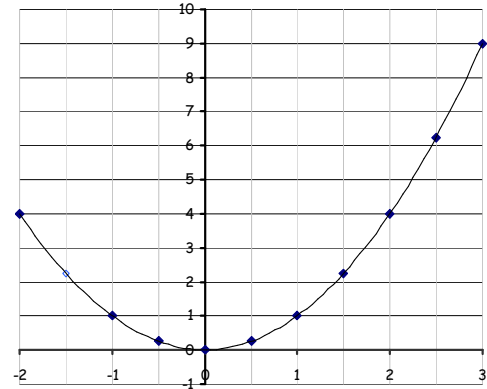


Otro ejemplo:

$$y = x^2$$

La tabla nos daría

x	y
-2,00	4,00
-1,50	2,25
-1,00	1,00
-0,50	0,25
0,00	0,00
0,50	0,25
1,00	1,00
1,50	2,25
2,00	4,00
2,50	6,25
3,00	9,00



Ejercicios:

Realicemos la gráfica de las siguientes funciones:

1º) $y = 2x + 5$

2º) $y = x - 2$

3º) $y = x^2 - 3x$

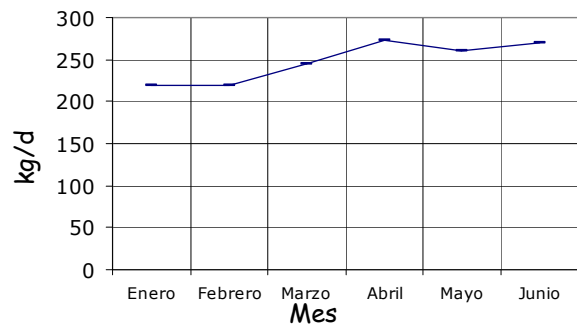
4º) $y = x^2 - x - 5$

Podemos tener otras funciones.

Ejemplo: Supongamos que la siguiente tabla representa el consumo de ceniza de soda por día en una planta de depuración fue en los últimos 6 meses:

Para construir esta gráfica tenemos que elegir el eje horizontal para los meses y el eje vertical para los kg/d. de Ceniza de soda.

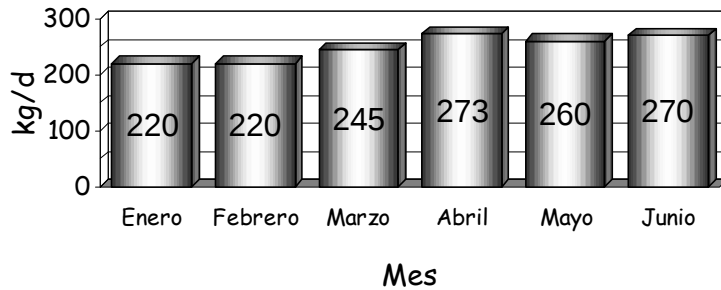
Mes	kg/d
Enero	220
Febrero	220
Marzo	245
Abril	273
Mayo	260
Junio	270



Gráficas en barras

Hay gráficas que se pueden hacer en barras.

Usando el ejemplo anterior tendríamos:

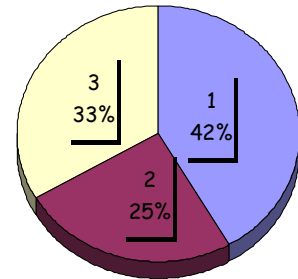


Gráficas de Disco

En especial cuando se desea graficar funciones que correspondan a porcentajes (%); conviene realizar las gráficas de DISCO o "TORTA".

Ejemplo: Supongamos que en una planta de depuración hay tres bombas que funcionan de forma alternada dando el siguiente cuadro de valores.

Bomba N°	Horas	Porcentaje
1	10	42%
2	6	25%
3	8	33%



Por una regla de tres podemos determinar el porcentaje correspondiente respecto al total de horas trabajadas. En donde cada ángulo corresponde al % (porcentaje) correspondiente, teniendo en cuenta que:

$$\begin{array}{rcl} 360^\circ & \text{-----} & 100 \% \\ x & \text{-----} & 42 \% \end{array}$$

$$x = \frac{360^\circ \times 42 \%}{100 \%} = 151,2^\circ$$



**PRODUCCIÓN GENERAL:
DIVISIÓN CAPACITACIÓN Y DESARROLLO GERENCIAL**

ESPECIALISTA:
PROFESOR CARLOS LÓPEZ VILLALBA

ANALISTAS DE CAPACITACIÓN
T/A BEATRIZ ERSERGUER
PROF. DANIEL PEREIRA

DISEÑO GRÁFICO
NILSON DONO